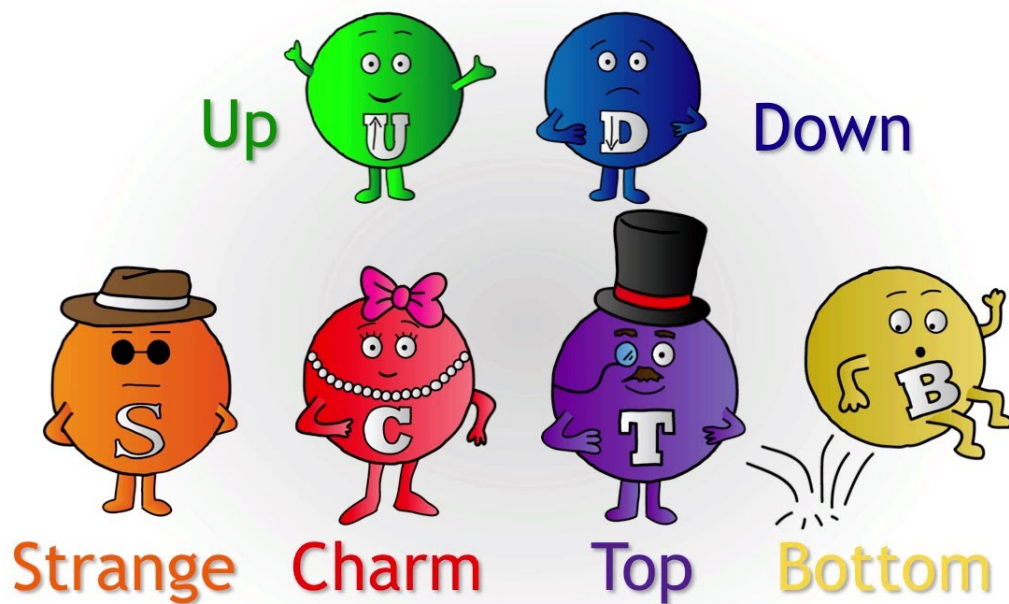

SUR LA TRACE DES
QUARKS

MICHEL POIRIER

Projet remis le 18 avril 2018



1

Table des matières

1	Introduction	1
2	Premiers constats	2
3	Un peu de théorie des groupes	3
3.1	Groupe $SU(2)$ dans le cas de l'isospin	4
3.2	Groupe $SU(3)$ avec l'ajout de l'hypercharge	5
3.3	Représentation des baryons	6
4	Expérience du MIT-SLAC	8
4.1	Diffusion inélastique profonde	9
5	Conclusion	14

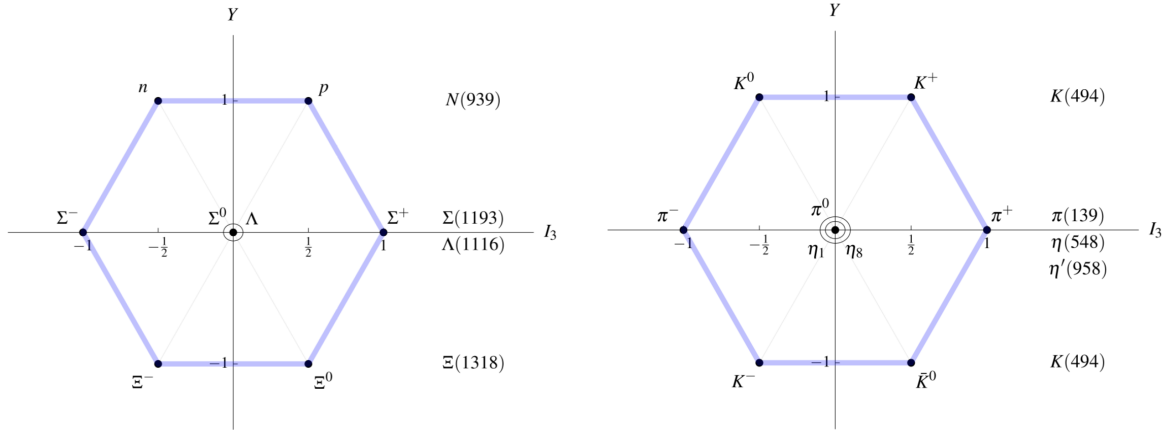
1 Introduction

La prédiction des quarks survient, comme il en est souvent le cas, dans une sorte d'impasse. D'abord, au milieu du 20^e siècle, on dénombre deux catégories de particules : les leptons et les hadrons. La première catégorie est caractérisée par sa sensibilité à l'interaction faible, ce qui n'est pas le cas de la seconde. Les hadrons sont quant à eux sensibles à l'interaction forte (on pense surtout à l'interaction permettant la cohésion du noyau atomique). Le problème est qu'on dénombrerait en ce temps 6 leptons, chacune d'elle accompagnée de son antiparticule : l'électron (e^-), le muon (μ^-), le tau (τ^-), ainsi que les trois types de neutrinos, soient l'électronique (ν_e), le muonique (ν_μ) et le tauique (ν_τ). En revanche le nombre de particules hadroniques était toujours en augmentation. À cela s'ajoute l'apparence d'une structure symétrique sous-jacente si l'on se fie la classification de leurs nombres quantiques.

Cette impasse a mené le physicien américain Murray Gell-Mann à publier en 1961 un modèle théorique fondé sur l'existence d'une particule plus fondamentale qui constitue les hadrons². Brièvement, le modèle explique que les baryons seraient formés de 3 quarks, et les mésons de 2. À l'époque, seules trois *saveurs* de quarks étaient nécessaires afin d'expliquer les hadrons connus en ces temps ; il s'agissait des quarks *up*, *down* et *strange*. Les trois autres (*bottom*, *charmé* et *top*) complétèrent le modèle un peu plus tard, le dernier n'étant découvert qu'en 1995 par le biais de collisions proton-antiproton.

La théorie des quarks est aujourd'hui largement acceptée par la communauté de physiciens, entre autres à cause de nombreuses expériences ayant prouvé l'existence d'une structure interne aux hadrons. Les nouvelles particules élémentaires, appelée partons, ont pu être étudiées au début des années 1970 par des chercheurs avec l'expérience du MIT-SLAC. En faisant appelle à la diffusion profonde des électrons sur des nucléons, ils sont arrivés à la conclusion que les électrons étaient diffusés par des particules plus élémentaires et de nature ponctuelle.

2. Citer le nom de article ; notons que le nom "quark" est arrivé légèrement plus tard...



(a) Multiplet de baryons, classés selon leur hypercharge et la troisième composante de leur isospin. (b) Multiplet de mésons, classés selon leur hypercharge et la troisième composante de leur isospin.

Figure 1 – La voie “octuple” des hadrons.

2 Premiers constats

Afin de pouvoir admirer la beauté du modèle des quarks, il est nécessaire d’étudier la constitution des groupes baryoniques connus. Pour ce faire, il est possible de regrouper les particules en fonction de certains nombres quantiques connus, comme entre autres les baryons ayant un spin d’une valeur de $1/2$. Outre leur valeur de spin, le classement peut aussi se faire selon les valeurs d’isospin I_z et d’hypercharge Y (ou étrangeté *-strangeness* en anglais, avec $Y = S$). Ce classement est explicité à la figure 1a. On remarque directement une sorte de patron dans l’ordre des particules, ce qui a mené Gell-Mann à y donner le nom de *Eight-fold Way* (pour huit particules), une expression dérivée du Bouddhisme. Le même principe peut être appliqué aux mésons de spin $J = 0$ (figure 1b). De manière générale, on remarque si la valeur de l’hypercharge change d’une valeur de 1, l’isospin varie d’une valeur de $\pm 1/2$. Faisant un lien avec la charge électrique Q , Kazuhiko Nishijima et Tadao Nakano ont déduit, parallèlement à Murray Gell-Mann, ce que l’on appelle maintenant la loi Gell-Mann-Nakano-Nishijima

$$Q = I_z + \frac{Y}{2} \quad (2.1)$$

Cette loi mène à l’observation que la conservation de l’isospin peut être violée dans le cas où une particule possédant initialement de l’étrangeté (i.e. $Y = 1$) se désintègre en une particule normale ($Y = 0$) par l’émission d’un pion, ce qui implique une variation de l’isospin de $+1/2$ par conservation de la charge électrique.

Ce que Gell-Mann a remarqué, c'est qu'il existe une symétrie sous-jacente aux hadrons, symétrie qui peut s'expliquer par l'existence de nouvelles particules, qui seront plus tard appelées quarks³. À cette époque, il était déjà connu que les particules leptoniques se dénombraient à six, de sorte que l'électron, le muon et le tau avaient chacun un neutrino qui lui était associé. Il naît de ce constat une nécessité de représenter les particules hadroniques de la même façon, soit en considérant un modèle plus simple et plus élémentaire. C'est de ce besoin qu'émerge le modèle des quarks avec la théorie des groupes.

3 Un peu de théorie des groupes

« We attempt once more, as in the global symmetry scheme, to treat the eight known baryons as a supermultiplet, degenerate in the limit of a certain symmetry but split into isotopic spin multiplets by a symmetry-breaking term. »

Murray Gell-Mann (1961)

La représentation mathématique des quarks se fait à l'aide de la théorie des groupes, plus particulièrement à partir de groupes matriciels, qui constituent une représentation vectorielle. Il faut faire appel aux groupes $SU(N)$, qui sont les groupes constitués de matrices $N \times N$ unitaires dont le déterminant vaut 1.

La représentation fondamentale du groupe $SU(3)$ (noté **3**) est le triplet :

$$X = X_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + X_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + X_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

Les générateurs de ce groupe sont communément exprimés en termes des matrices de Gell-Mann. Ces générateurs obéissent aux relations de commutation et d'anticommutation suivantes :

$$[T_a, T_b] = if_{abc}T_c, \quad \text{et} \quad T_a, T_b = \frac{1}{3}\delta_{ab}I + d_{abc}T_c. \quad (3.2)$$

Ces générateurs peuvent s'écrire en fonction des matrices de Gell-Mann, de sorte que

$$T_a = \frac{1}{2}\lambda_a, \quad (3.3)$$

soit de façon analogue à l'expression des générateurs de l'espace $SU(2)$ s'exprimant en termes des matrices de Pauli. On dénombre 8 matrices de Gell-Mann ; parmi certaines combinaisons de celle-ci,

3. Le nom est en fait emprunté d'un roman de James Joyce (*Finnegans Wake*).

il est possible de retrouver les générateurs de $SU(2)$, et ce lorsqu'on y enlève les colonne et ligne ne contenant que des éléments nuls. En regroupant :

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in SU_I(2), \quad (3.4)$$

$$\lambda_4, \lambda_5, \frac{1}{2}(\lambda_3 + \sqrt{3}\lambda_8) \in SU_V(2), \quad (3.5)$$

$$\lambda_6, \lambda_7, \frac{1}{2}(-\lambda_3 + \sqrt{3}\lambda_8) \in SU_U(2), \quad (3.6)$$

on retrouve les sous-groupes d'isospin, de V-spin et de U-spin. On retrouve alors dans $SU(3)$ les opérateurs hermitiens

$$I_3 = \frac{1}{2}\lambda_3, \quad \text{et} \quad Y = \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_8, \quad (3.7)$$

(où les valeurs propres de I_3 sont $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$ et 0 et où les valeurs propres de Y sont $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ et $-\frac{2}{3}$) de même que les opérateurs de création/destruction

$$I_{\pm} = \frac{1}{2}(\lambda_1 \pm i\lambda_2), \quad V_{\pm} = \frac{1}{2}(\lambda_4 \pm i\lambda_5), \quad U_{\pm} = \frac{1}{2}(\lambda_6 \pm i\lambda_7), \quad (3.8)$$

qui peuvent agir sur les états propres $|D, m, y\rangle$ de valeurs propres m et y . L'application des opérateurs de création/destruction permet de "naviguer" dans les différents états propres, selon que

$$\begin{aligned} I_{\pm} &\longrightarrow \Delta I_3 = \pm 1 \quad \text{et} \quad \Delta Y = 0; \\ V_{\pm} &\longrightarrow \Delta I_3 = \pm \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \Delta Y = \pm 1; \\ U_{\pm} &\longrightarrow \Delta I_3 = \mp \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \Delta Y = \pm 1. \end{aligned}$$

Le lien entre les valeurs propres par l'application de ces opérateurs est représenté à la figure 2.

3.1 Groupe $SU(2)$ dans le cas de l'isospin

Ayant les outils mathématiques nécessaires en mains, il nous est maintenant possible d'associer des objets mathématiques aux propriétés connues des quarks. L'objectif est ainsi d'utiliser les quarks comme étant à la base des espaces, ce qui permet par la suite de construire les particules tels les baryons et les mésons. Premièrement dans la représentation $SU(2)$, nous utilisons les opérateurs d'isospin et de nombre baryonique

$$I_3 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

Concernant le nombre baryonique B , celui-ci permet de déterminer facilement la stabilité d'une particule, cette dernière devant par définition posséder un nombre baryonique entier. Cette loi de conservation nous permet de déterminer le nombre baryonique associé aux quarks, qui est d'une

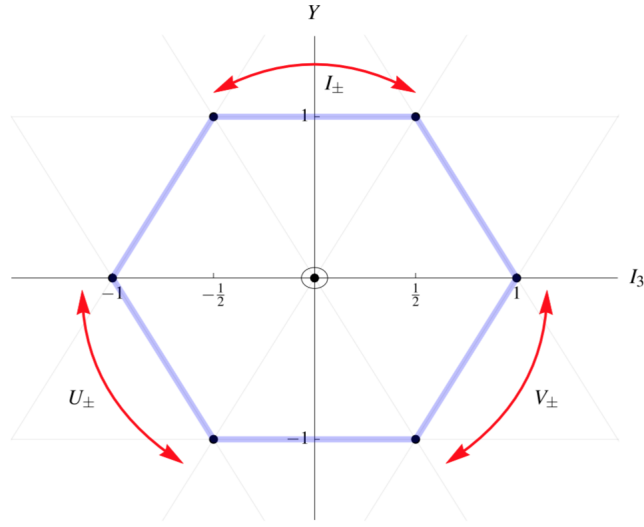


Figure 2 – Diagramme de poids de l'octet ; chaque point correspond à un état du multiplet ayant pour valeur propre ses coordonnées Y et I_3

valeur de $\pm\frac{1}{3}$ (quarks ou antiquarks), et qui explique la stabilité des baryons et des mésons. Il est alors utile d'écrire la charge de la particule en termes de ces deux opérateurs, de sorte que

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}B = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

Considérant les vecteurs de base u et d qui est la base de l'espace de $SU(2)$, on y associe les deux saveurs de quarks up et $down$. La simple application des opérateurs I_3 et B permet de retrouver les valeurs d'isospin et de nombre baryonique des deux saveurs de quarks, ces dernières étant les valeurs propres de ces opérateurs. De la même façon, l'opérateur de charge associe la charge à chacune des saveurs de quarks.

3.2 Groupe $SU(3)$ avec l'ajout de l'hypercharge

Considérant maintenant l'hypercharge, il est essentiel de passer au groupe $SU(3)$, dont les trois vecteurs de base sont les trois saveurs de quarks up , $down$ et $strange$, et sont les trois vecteurs colonne possibles ayant un seul terme de valeur 1. Les opérateurs d'isospin et d'hypercharge sont

$$I_3 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad Y = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Quarks and their quantum numbers

Flavour	u	d	s	c
Charge	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
Isospin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0
I_3	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0
Strangeness	0	0	-1	0
Charm	0	0	0	1
Baryon numbers	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
	$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{SU(2)}}$			
SU(N) group	$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{SU(3)}}$			
	$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{SU(4)}}$			

Figure 3 – Représentation des quarks à l'aide des groupes.

De façon analogue à $SU(2)$, on définit l'opérateur de charge

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}Y = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

Il est aussi possible de définir l'opérateur d'étrangeté, qui est

$$S = Y - B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

3.3 Représentation des baryons

À partir de ces notions, il est possible de construire les deux types de particules connues qui sont composées de quarks. Considérant d'abord les baryons ; étant constitués de 3 quarks, ils sont dénombrables si l'on part du produit de la représentation **3** avec elle-même, ce qui donne

$$\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{27}. \quad (3.14)$$

Cette représentation est réductible, de sorte qu'elle se décompose en 4 représentations irréductibles selon

$$\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{10} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{8}' \oplus \mathbf{1}. \quad (3.15)$$

On dénombre un décuplet, deux octets et un singulet. Dans le cas des mésons, la décomposition irréductible est

$$\mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{9}, \quad (3.16)$$

est les deux seules représentations irréductibles sont

$$\mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{8} \oplus \mathbf{1}. \quad (3.17)$$

Il s'agit ici de partir de la représentation des quarks avec celle des antiquarks, ce qui donne un octet et un singulet.

La base des groupes présentés peut ainsi être associée à chacune des saveurs de quarks. Plus l'ordre des matrices du groupe est grande, plus il est possible d'y inclure des saveurs de quarks, ce qu'il est possible de visualiser à la figure 3. Dans la théorie présentée par Gell-Mann, seul $SU(3)$ était nécessaire afin de représenter les baryons connus à son époque, ce qui a beaucoup changé jusqu'à nos jours.

Les représentations irréductibles viennent alors compléter la visualisation qu'il était possible de faire lorsque les hadrons étaient regroupés par valeur de spin. Le modèle théorique prévu par Gell-Mann est donc cohérent, ce qui veut dire qu'il ne manque que des preuves expérimentales le confirmant. Cela ne va pas sans mentionner les implications qu'il engendre, plus spécifiquement par rapport aux charges prédites des quarks. En effet, l'introduction de charges électriques fractionnaires était, à l'époque, loin de faire l'unanimité, car la charge élémentaire de l'électron était considérée comme étant indivisible. Néanmoins, l'existence de particules "plus" élémentaires à l'intérieur des hadrons était une sorte de nécessité, et il n'était qu'une question de temps avant que des physiciens n'en révèlent leur nature.

4 Expérience du MIT-SLAC

La recherche des quarks commence réellement en 1967 avec le *MIT-SLAC Experiment*, regroupant des chercheurs du Massachusetts Institute of Technology et du Stanford Linear Accelerator Center. Durant environ 6 ans, ces chercheurs ont généré des collisions d'électrons à haute énergie sur des protons et des atomes de deutérium ; simplement en analysant la diffusion inélastique des électrons, ils ont réussi à comprendre la structure interne des nucléons et donc de confirmer l'existence de particules de charges fractionnaires correspondant aux quarks, ce qui leur a valu un prix Nobel en 1990.

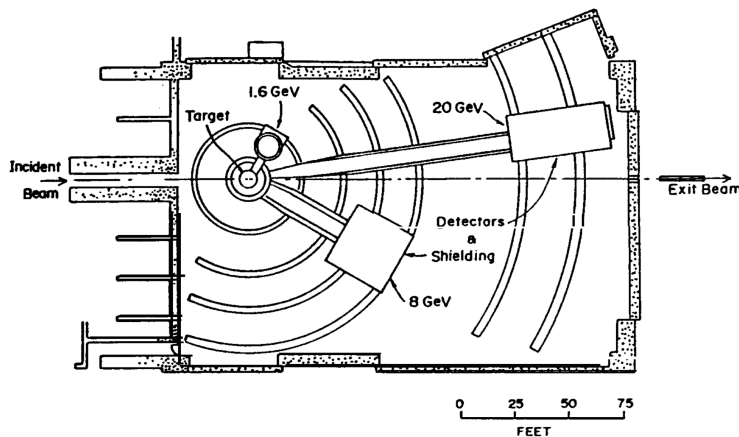


Figure 4 – SLAC

Le principe de fonctionnement de l'accélérateur linéaire de Stanford est relativement simple ; des électrons gagnent d'abord de l'énergie dans l'accélérateur, et atteignent ainsi une énergie allant jusqu'à 21 GeV. Ces derniers entrent ensuite en "collision" avec des particules lourdes, soit des protons seuls ou soit du deutérium. À la suite de cette interaction, les électrons se retrouvent déviés d'un certain

angle, et sont alors détectés par des détecteurs amovibles. Ces détecteurs sont ainsi placés à différents angles, chacun d'eux servant à mesurer des énergies particulières. Il devient alors possible de mesurer la proportion des électrons déviés du faisceau original. C'est d'ailleurs avec ce type d'expérience qu'il est possible d'estimer le rayon du proton, qui est de l'ordre de 10^{-13} cm.

Ce type d'expérience est analogue à ce que Rutherford avait produit en 1911 dans son expérience utilisant une feuille d'or. Sa méthode consistait à bombarder cette feuille d'or avec des particules α (atomes d'hélium), et à étudier la façon dont les particules étaient déviées. Ce qu'il remarqua, c'est que les atomes de la feuille étaient majoritairement composés de vide, et que les particules α interagissaient avec un très petit noyau chargé positivement. Dans le cas de l'expérience du SLAC-MIT, l'objectif est de démontrer qu'il existe une structure plus petite que celle du proton, ce qui se fait avec des électrons de très grande énergie. Ceux-ci peuvent alors être déviés par les particules qui composent les nucléons.

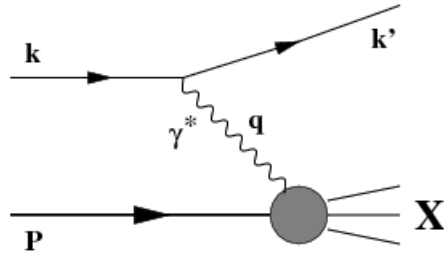


Figure 5 – Diagramme de Feynman représentant la diffusion de l'électron à haute énergie sur un proton

4.1 Diffusion inélastique profonde

L'objectif est donc de produire des électrons de suffisamment grande énergie permettant d'interagir avec les structures internes du noyau. À première vue, le cas concernant une collision électron-proton est très simple dans le cas où cette collision est élastique, ce qui se produit lorsque l'énergie de l'électron incident est relativement faible. Il est ainsi possible d'écrire :

$$e + p \rightarrow e + p, \quad (4.1)$$

car le proton n'est pas grandement affecté lorsqu'il diffuse l'électron. Il s'agit dans ce cas d'une diffusion élastique. Il est possible de quantifier la probabilité que le nucléon reste "soudé" lors de la collision par le facteur de forme $F(q^2)$, ce dernier prenant en argument la variation de l'énergie de l'électron lors de la diffusion, qui est

$$q^2 = (E - E')^2. \quad (4.2)$$

Le facteur de forme se trouve de façon empirique, et il fut déterminé qu'il est décrit par l'équation

$$F(q^2) \simeq \frac{1}{(1 + q^2/M_V^2)^2}. \quad (4.3)$$

Ce dernier permet ainsi d'évaluer la probabilité ($|F(q^2)|^2$) de détection de partons, qui sont les particules constituant le noyau atomique (plus tard définis comme englobant les quarks et les gluons). Le problème se complexifie lorsque l'on tente de décrire de façon les électrons à haute énergie interagissent avec les partons. Le phénomène peut être modélisé par l'ajout d'un photon virtuel, symbole de l'interaction entre l'électron et le nucléon (voir figure 5⁴) ; il s'agit d'interaction profondément inélastique, dont la théorie électrodynamique quantique permet la description mathématique. Il devient dans ce cas possible de décrire les liens se présentant entre la matière et la lumière.

Considérons d'abord la collision en jeu, qui est

$$l + N \rightarrow l + X, \quad (4.4)$$

4. Source : <http://inspirehep.net/record/802477/plots>

où l est un lepton, N un nucléon et X un système de hadron inconnu. Ce dernier n'est pas observé durant l'expérience, puisque seuls les électrons déviés sont considérés par les détecteurs. Il est aussi utile de considérer les énergies initiales et finales des électrons, E et E' , ainsi que la quantité de mouvement du nucléon p . Cela nous mène à définir les quantités suivantes :

$$s = (p + k)^2, \quad q^2 = (E - E')^2, \quad W^2 = (p + q)^2, \quad (4.5)$$

où s est la quantité d'énergie totale au carré, q est la transmission d'énergie de l'électron et W est l'invariant de masse du système de hadron final. Il est essentiel de représenter le nucléon comme étant dans ce cas un ensemble de partons se déplaçant de manière parallèle avec le nucléon. Considérant le référentiel de ce dernier, le vecteur énergie-impulsion s'écrit dans ce cas

$$p = (M, 0, 0, 0), \quad (4.6)$$

et où chacun des parton possède une quantité de mouvement fractionnaire de celle du nucléon, soit xp , tel que $0 < x < 1$. L'électron dévié donnant une partie de son énergie à un des parton, ce dernier gagne l'énergie

$$(xp + q)^2 = -m^2 \simeq 0, \quad (4.7)$$

et de sorte que

$$x^2 p^2 + q^2 + 2xpq \simeq 0. \quad (4.8)$$

En considérant que $|x^2 p^2| = x^2 M^2 \ll q^2$, il s'ensuit que :

$$x = -\frac{q^2}{2pq} = \frac{q^2}{2M\nu}. \quad (4.9)$$

Les relations de (4.5), s , q^2 et W^2 , se réécrivent ainsi :

$$s = M(2E + M); \quad (4.10)$$

$$Q^2 = -q^2 = 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}; \quad (4.11)$$

$$W^2 = M^2 + 2M(E - E') + q^2; \quad (4.12)$$

dans le cas où la masse de l'électron est négligée. Réécrivant la variation d'énergie,

$$\nu = E - E' = -\frac{q^2}{2M}. \quad (4.13)$$

Comparant au cas où le parton est considéré ponctuel, on écrit

$$q' = \sqrt{(\nu + m)^2 - m^2}, \quad (4.14)$$

de sorte que le transfert d'énergie vaut

$$q^2 = q'^2 - \nu^2 = 2m\nu. \quad (4.15)$$

La rapport de x devient :

$$x = \frac{q^2}{2M\nu} = \frac{m}{M}. \quad (4.16)$$

De façon plus concrète, x représente la fraction d'impulsion portée par le parton interagissant avec l'électron, soit celui provoquant la diffusion. C'est en fait ce parton qui interagit avec le photon dans le modèle de la QCD. D'un point de vue plus pratique, le processus ne se fait pas qu'en une seule étape. Il faut d'abord s'imaginer que l'électron diffuse lui aussi le parton, qui se retrouve pour une brève durée en perte d'interaction avec le reste du nucléon. Par la suite, le parton se recombine avec le nucléon pour former un hadron (de masse W) dans un nouvel état. Expérimentalement, ce n'est pas ce hadron qui est étudié, faisant en sorte qu'aucune mesure n'en est prise. C'est spécifiquement sur le comportement de l'électron que la théorie se confirme.

Un résultat de la QCD est de décrire la section efficace des partons, considérant ces derniers en tant que points. Tel qu'il fut mentionné précédemment, l'augmentation de l'énergie des électrons permet une interaction à plus petite échelle, et donc avec les partons. Dans le cas où leur énergie n'est pas assez grande, le comportement des électrons diffusés résultera d'un nucléon considéré comme étant ponctuel. On peut se demander si une certaine structure sous-jacente aux quarks serait présente si le faisceau d'électrons était plus puissant. Cela nécessiterait, dans ce cas, une grande avancée technologique puisqu'un tel faisceau est aujourd'hui encore impossible à construire, ce qui nous force réellement à assumer la "ponctualité" des partons. La section efficace régit ainsi une certaine probabilité d'interaction avec le parton, et s'écrit

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{\alpha^2}{Q^4} \frac{E'}{E} |A|^2 \equiv \frac{\alpha^2}{Q^4} \frac{E'}{E} L_{\mu\nu}^{(e)} W^{\mu\nu}, \quad (4.17)$$

avec le lagrangien

$$L_{\mu\nu}^{(e)} = \frac{1}{2} \sum_{s'} \bar{u}(k', s') \gamma_\mu u(ks) \bar{u}(ks) \gamma_\nu u(k', s'), \quad (4.18)$$

et le tenseur hadronique, celui-ci correspondant à la fonction de structure du hadron en question :

$$W^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \sum_n \langle p | J_\mu^+ | n \rangle \langle n | J_\nu | p \rangle (2\pi)^3 \delta^4(p + q - p_n). \quad (4.19)$$

Dans sa forme générale, ce dernier est symétrique en $\mu\nu$, de sorte que

$$W^{\mu\nu} = W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{M^2} p^\mu p^\nu + \frac{W_4}{M^2} q^\mu q^\nu + \frac{W_5}{M^2} (p^\mu q^\nu + q^\mu p^\nu), \quad (4.20)$$

et où les W_i sont des fonctions de ν et q^2 et où l'invariance de Gauge ajoute la contrainte $q_\mu W^{\mu\nu} = 0$ pour tout ν, q^2 . Cette contrainte permet d'isoler les fonctions de structure

$$W_4 = W_2 \left(\frac{p \cdot q}{q^2} \right)^2 - \frac{W_1 M^2}{q^2}; \quad (4.21)$$

$$W_5 = -W_2 \left(\frac{p \cdot q}{q^2} \right). \quad (4.22)$$

Ainsi, il est possible de réécrire le tenseur hadronique comme étant :

$$W^{\mu\nu} = W_1(\nu, q^2) \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2(\nu, q^2)}{M^2} \left[\left(p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(p^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu \right) \right]. \quad (4.23)$$

L'équation (4.17) devient alors beaucoup plus allégée, soit

$$\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{4\alpha^2(E')^2}{Q^4} \left[W_2(\nu, q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1(\nu, q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right]. \quad (4.24)$$

Considérant les particules d'interaction ponctuelles W_1 et W_2 sont :

$$W_1(\nu, q^2) = \frac{Q}{4M^2} \delta \left(\frac{Q^2}{2M\nu} - 1 \right); \quad (4.25)$$

$$W_2(\nu, q^2) = \frac{1}{\nu} \delta \left(\frac{Q^2}{2M\nu} - 1 \right). \quad (4.26)$$

Les fonctions de structure se réécrivent en fonction de la variable x proposée par J.D. Bjorken, de sorte que

$$W_1(\nu, q^2) = \frac{Q}{4M^2} \delta(x - 1); \quad (4.27)$$

$$W_2(\nu, q^2) = \frac{1}{\nu} \delta(x - 1). \quad (4.28)$$

Le principe est donc qu'à très haute énergie, on assiste à une invariance de l'échelle, de sorte que les partons peuvent être considérés comme étant des points. Cela a permis aux chercheurs du SLAC-MIT de comparer les nouvelles sections à celle de Rutherford.

Simplement, la section efficace de Mott est liée à la probabilité d'interaction d'un lepton (spin 1/2) avec un nucléon considéré ponctuel de spin 1/2. Cette section efficace s'écrit

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Rutherford}} = \frac{\alpha_{em}^2}{4p \sin^4 \frac{\theta}{2} \left(1 + \frac{2p}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)}. \quad (4.29)$$

L'augmentation de l'énergie du lepton révèle la non-ponctualité du hadron jusqu'à une certaine mesure expérimentale. Concrètement, les mesures de diffusion d'électrons permettent de constater l'augmentation de la probabilité d'interaction avec les partons. Dans le cadre expérimental, deux limites sont imposées dans les variables d'énergies, et sont

$$Q^2 \rightarrow \infty; \quad (4.30)$$

$$\frac{\nu}{Q^2} \rightarrow \text{Cst.} \quad (4.31)$$

Pour de la diffusion profonde, la section efficace et donc

$$\sigma_{\text{DIS}} \sim \sigma_{\text{Rutherford}} \left[W_2 + 2W_1 \tan^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right]. \quad (4.32)$$

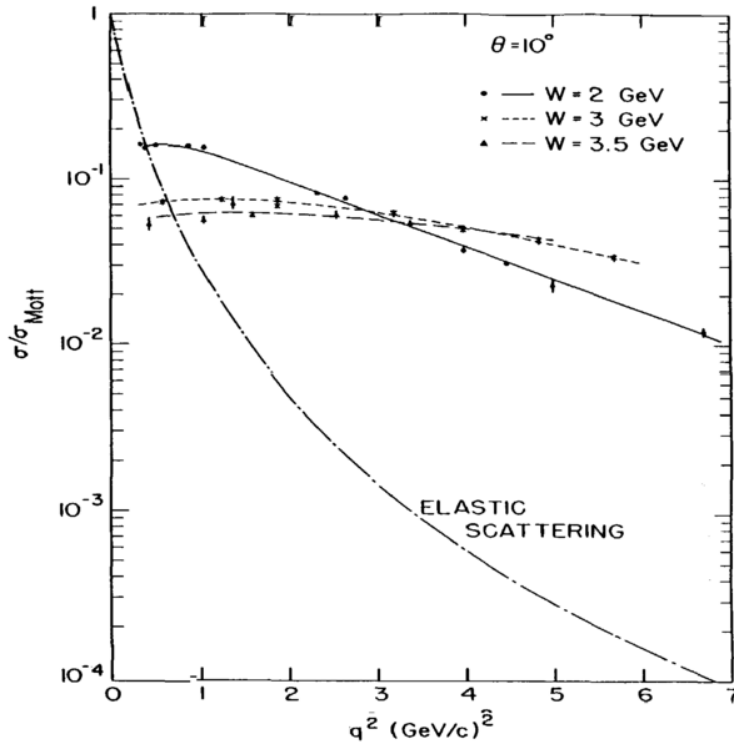


Figure 6 – Résultats du SLAC-MIT

La figure 6 explicite quantitativement les résultats obtenus par l'expérience du SLAC-MIT. La courbe représentant la collision élastique est modélisée par l'équation (4.3), tel qu'il fut discuté précédemment. Les trois autres courbes sont associées à la diffusion profonde. Elles prouvent l'existence de particules plus élémentaires que le proton. En effet, la section efficace, en fonction du transfert d'énergie de l'électron, ne varie pas aussi facilement que lorsque le proton est approximativement une masse ponctuelle lors de la diffusion élastique. Ces valeurs sont obtenues à partir d'électrons diffusés à 10 degrés et pour différentes énergies, et ce pour de particules hadroniques de $W = 2, 3$ et 3.5 GeV. Il est dans ce cas évident que

des partons sont en jeu dans la diffusion, ce qui constitue une évidence expérimentale en faveur des quarks.

Plusieurs autres expériences ont suivi en utilisant d'autres méthodes que la diffusion inélastique profonde par électrons, mais l'expérience du SLAC-MIT constitue la première réelle évidence sur l'existence des quarks.

5 Conclusion

En somme, les propriétés des hadrons présentent des indices d'une symétrie sous-jacente, ce qui pousse Gell-Mann à déduire l'existence des quarks en associant les saveurs *up*, *down* et *strange* à la base du groupe $SU(3)$. Gell-Mann prédit l'existence de charges fractionnaires pour les quarks, qui seraient les constituants des nucléons. Bien que cette idée n'était pas facile à accepter, les évidences expérimentales, venant entre autres de l'expérience du SLAC-MIT, ont permis de déterminer que des particules élémentaires de charges fractionnaires (les partons) constituent les hadrons. Cette conclusion se base sur les résultats de diffusions inélastiques profondes d'électrons sur des protons, où le calcul de la section efficace confirme la présence de sous-structure ponctuelle.

Le modèle des quarks est aujourd'hui largement accepté, et trois autres saveurs ont été prédites puis découvertes, la dernière étant confirmée en 1995 (*top*). Bien que l'existence d'une structure plus petite des quarks soit encore bien incertaine, il s'en suit que la recherche en physique des particules continuera en ce sens pour peut-être, un jour, prouver l'existence de nouvelles particules élémentaires.

Références

- [1] L. Marleau. *Introduction à la Physique des Particules*. Sous la dir. d'Université Laval . 2018, p. 413.
- [2] Y Nambu. *Quarks : frontiers in elementary particle physics*. Singapore : World Scientific, 1985, xi, 228 p. isbn : 9971966654. url : <http://ariane.ulaval.ca/cgi-bin/recherche.cgi?qu=01-1220188>.
- [3] F. E Close. *The new cosmic onion : quarks and the nature of the universe*. New York : Taylor & Francis, 2007, 319 p. isbn : 9781584887980. url : <http://www.loc.gov/catdir/enhancements/fy0666/2006050482-d.html%20AND%20http://ariane.ulaval.ca/cgi-bin/recherche.cgi?qu=i1584887982>.
- [4] F. E Close. *An introduction to quarks and partons*. Bibliogr. : p. [453]-465. London : Academic Press, 1979, xiii, 481 p. isbn : 0121751503. url : <http://ariane.ulaval.ca/cgi-bin/recherche.cgi?qu=01-1044747>.
- [5] Donald H Perkins. *Introduction to high energy physics*. 3rd ed. Bibliogr. : p. 437-440. Menlo Park, Calif : Addison-Wesley Pub. Co, 1987, xiii, 449 p. isbn : 0201121050. url : <http://ariane.ulaval.ca/cgi-bin/recherche.cgi?qu=01-1394238>.
- [6] Donald Perkins et an O'Reilly Media Company Safari. *Introduction to High Energy Physics, Fourth Edition*. 4th edition. Cambridge University Press, 2000, 440 p. isbn : 9780521621960. url : <https://www.safaribooksonline.com/library/view/-/9781139636339/?ar%20AND%20http://ariane.ulaval.ca/cgi-bin/recherche.cgi?qu=a2704653>.
- [7] M Gel I-Mann. « The Eightfold Way : A Theory Of Strong Interaction Symmetry ». In : *Westview Press* (1961). doi : [10.2172/4008239](https://doi.org/10.2172/4008239).
- [8] M. Riordan. « The Discovery of Quarks ». In : *Science* 256.5061 (1992), p. 1287–1293. doi : [10.1126/science.256.5061.1287](https://doi.org/10.1126/science.256.5061.1287). url : <https://www.slac.stanford.edu/cgi-wrap/getdoc/slac-pub-5724.pdf>.