

Physique des particules
PHY-7013
Professeur : Luc Marleau
Département de Physique, génie physique et optique, Université Laval
SESSION: HIVER 2020
Calendrier des travaux et projets

Calendrier:

	Date	Pondération/note finale
Exercices–Série 1	: 14 FÉVRIER 2020	20%
Exercices–Série 2	: 13 MARS 2020	20%
Exercices–Série 3	: 24 AVRIL 2020	20%
Travail écrit (≈ 25 pages)	: 24 AVRIL 2020	40%

Attention:

- Les travaux doivent être remis sous forme papier.
- 5% des points seront réservés à la qualité de la présentation et à l'exactitude de la langue.

Exercices–Série 1

À REMETTRE AU PLUS TARD LE 14 FÉVRIER 2020

1. Règles de Feynman ★★★

Dérivez les règles de Feynman pour les vertex d'interaction qui découlent du lagrangien

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{\mu}{3!}\phi^3 + \frac{\lambda}{4!}\phi^4.$$

Posant $\mu = 0$, dessinez tous les diagrammes de Feynman qui contribuent jusqu'à l'ordre λ^3 inclusivement pour:

- (a) la fonction à 2 points (self-énergie),
- (b) la fonction à 4 points (corrections à l'interaction ϕ^4).

2. Espace de phase: Désintégration en 2 ou 3 particules

Considérons la désintégration d'une particule au repos de spin nul et de masse M en 3 particules de spin nul et de masse m_i et impulsion \mathbf{p}_i , où $i = 1, 2, 3$. L'état final est déterminé par cinq variables indépendantes qu'on choisit être les énergies de deux des particules, E_1 et E_2 , deux angles qui fixent la direction de \mathbf{p}_1 et un angle qui définit les rotations du système $(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3)$ autour de \mathbf{p}_1 . Calculer le volume de l'espace de phase de désintégration en ces 3 particules. Comparer le taux de désintégration en ces 3 particules au taux de désintégration en 2 particules dans la limite où les particules finales sont sans masse.

3. Régularisation dimensionnelle ★★★

La régularisation dimensionnelle (intégrale sur un nombre arbitraire de dimensions) est souvent utilisée pour rendre finies des intégrales qui autrement seraient infinies. Sachant que

$$\int \frac{d^D q}{(q^2 + M^2)^A} = \pi^{D/2} \frac{\Gamma(A - D/2)}{\Gamma(A)} (M^2)^{D/2 - A}$$

utiliser le changement de variable $q = q' + p$ et la différentiation par rapport à p_μ pour obtenir

$$\int d^D q F(q, p), \quad \int d^D q F(q, p) q^\mu, \quad \int d^D q F(q, p) q^\mu q^\nu$$

où

$$F(q, p) = \frac{1}{(q^2 + 2p \cdot q + m^2)^A}$$

(Ces trois intégrales sont souvent utilisées dans les calculs de corrections radiatives.)

Exercices–Série 2

À REMETTRE AU PLUS TARD LE 13 MARS 2020

1. Processus $qq \rightarrow qq$ ★★★

Démontrer les relations suivantes pour la section efficace différentielle $d\sigma/dt$ des processus impliquant quarks et gluons:

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad \frac{d\sigma}{dt}(ud \rightarrow ud) &= \frac{4\pi\alpha_s^2}{9s^2} \left[\frac{s^2 + u^2}{t^2} \right] \\
 \text{(b)} \quad \frac{d\sigma}{dt}(u\bar{u} \rightarrow d\bar{d}) &= \frac{4\pi\alpha_s^2}{9s^2} \left[\frac{t^2 + u^2}{s^2} \right] \\
 \text{(c)} \quad \frac{d\sigma}{dt}(u\bar{u} \rightarrow u\bar{u}) &= \frac{4\pi\alpha_s^2}{9s^2} \left[\frac{s^2 + u^2}{t^2} + \frac{t^2 + u^2}{s^2} - \frac{2}{3} \frac{u^2}{st} \right] \\
 \text{(d)} \quad \frac{d\sigma}{dt}(uu \rightarrow uu) &= \frac{4\pi\alpha_s^2}{9s^2} \left[\frac{u^2 + s^2}{t^2} + \frac{t^2 + s^2}{u^2} - \frac{2}{3} \frac{s^2}{ut} \right]
 \end{aligned}$$

Ne considérer que le calcul à l'ordre dominant en α_s . La règle de Feynman pour le vertex d'interactions fortes quark-quark-gluon (i.e. $q_i q_j A_\mu^a$), est

$$-ig_s \gamma^\mu T_{\beta\alpha}^a \delta_{ij}$$

où i, j sont les types de quarks, $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ et $a = 1, 2, \dots, 8$ sont les indices de couleur des quarks et du gluon respectivement, $\alpha_s = g_s^2/4\pi$ est la constante de couplage, $T_{\beta\alpha}^a$ est un générateur de $SU(3)$ couleur et finalement μ est un indice de Lorentz.

2. Équations d'Altarelli-Parisi ★★★

Démontrer que les fonctions de séparation sont données par (voir Section 10.10 pour plus de détails)

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad P_{qq}(z) &= \frac{4}{3} \left[\frac{1+z^2}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right], \\
 \text{(b)} \quad P_{gq}(z) &= \frac{4}{3} \left[\frac{1+(1-z)^2}{z} \right] \\
 \text{(c)} \quad P_{qg}(z) &= \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2] \\
 \text{(d)} \quad P_{gg}(z) &= 6 \left[\frac{(1-z)}{z} + \frac{z}{(1-z)_+} + z(1-z) + \left(\frac{11}{12} - \frac{n_f}{18} \right) \delta(1-z) \right]
 \end{aligned}$$

où n_f est le nombre de quarks légers par rapport à l'échelle Q . Voir aussi références G. Altarelli and G. Parisi. Nucl.Phys. B126:298 (1977), Yu.L. Dokshitzer. Sov.Phys. JETP 46:641 (1977), V.N. Gribov, L.N. Lipatov. Sov.J.Nucl.Phys. 15:438 (1972).

Exercices–Série 3

À REMETTRE AU PLUS TARD LE 24 AVRIL 2020

1. Théorie de Fermi-Désintégration du π ★★★

Selon la théorie de Fermi, on décrit les interactions faibles par une interaction courant-courant:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} (J^\mu)_{ab} (J_\mu)_{cd},$$

où $(J^\mu)_{ab}$ peut être un courant hadronique ou leptonique prenant la forme générale

$$(J^\mu)_{ab} = \bar{\psi}_b(p') \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_a(p). \quad (1)$$

Ici cependant, le π^+ étant un état lié quark-antiquark ($q\bar{q}$), on ne peut utiliser la forme (1) qui s'applique à des particules de Dirac libres pour représenter le courant hadronique du pion $J_{\pi^+}^\mu$. Par contre, on peut déduire la forme de celui-ci sachant que $J_{\pi^+}^\mu$ se doit d'être un quadrivecteur (\mathcal{L}_{int} est un scalaire). Ainsi, la seule possibilité pour une particule de spin 0 comme le π^+ est que l'amplitude due au courant hadronique soit donnée par

$$\langle 0 | J_{\pi^+}^\mu | \pi(p) \rangle = i f_\pi p^\mu$$

où p est l'impulsion du π^+ (spin 0) et f_π , la *constante de désintégration du pion*. L'amplitude de probabilité devient alors

$$\mathcal{M} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \langle l^+ \nu_l | J_\mu | 0 \rangle \langle 0 | J_{\pi^+}^\mu | \pi(p) \rangle = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}_{\nu_l} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v_l] [i f_\pi p^\mu].$$

Utiliser cette description et calculer le rapport

$$\frac{\Gamma(\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)}$$

On peut négliger les masses des neutrinos.

2. Désintégration $Z^0 \rightarrow \bar{f}f$ ★★★

Calculer les taux partiels de désintégration du $Z^0 \rightarrow \bar{f}f$ (fermion-antifermion) pour chacun des canaux de désintégration (évaluer ces expressions avec $\sin^2 \theta_W = 0.231$):

- (a) canal: $Z^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$,
- (b) canal de paires de leptons chargés: $Z^0 \rightarrow \ell^- \ell^+$,
- (c) canal de paires de quarks de type u : $Z^0 \rightarrow u\bar{u}$ et $Z^0 \rightarrow c\bar{c}$ (le quark top est trop lourd) et finalement
- (d) canal de paires de quarks de type d : $Z^0 \rightarrow d\bar{d}$, $Z^0 \rightarrow s\bar{s}$ et $Z^0 \rightarrow b\bar{b}$. Pour ce dernier cas, comparer le taux de $Z^0 \rightarrow b\bar{b}$ avec $m_b = 0$ GeV versus $m_b = 4.5$ GeV.

Indice: Le couplage $Z\bar{f}f$ est donné par

$$i\sqrt{g^2 + g'^2} \gamma_\mu (I_{3W} - Q_{em} \sin^2 \theta_W)$$

ce qui provient du Lagrangien d'interaction

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}} &= i\sqrt{g^2 + g'^2} \bar{f} \not{Z} (I_{3W} - Q_{em} \sin^2 \theta_W) f \\ &= i\sqrt{g^2 + g'^2} \bar{f} \not{Z} (a_L (1 - \gamma_5) + a_R (1 + \gamma_5)) f. \end{aligned}$$

avec a_L et a_R prenant les valeurs respectives

$$\begin{aligned} \nu\bar{\nu} : a_L &= \frac{1}{4}, & a_R &= 0, \\ \ell^- \ell^+ : a_L &= \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W\right), & a_R &= \frac{1}{2} \sin^2 \theta_W, \\ u\bar{u}, c\bar{c} : a_L &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W\right), & a_R &= \frac{1}{2} \left(-\frac{2}{3} \sin^2 \theta_W\right), \\ d\bar{d}, s\bar{s}, b\bar{b} : a_L &= \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W\right), & a_R &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \sin^2 \theta_W\right). \end{aligned}$$

3. **Désintégration du quark top** $t \rightarrow bW^+$

Calculer le taux de la désintégration $t \rightarrow bW^+$. Négliger m_b par rapport à m_t et M_W ($m_b \ll m_t, M_W$). Donner une valeur numérique pour ce taux. Le couplage $W\bar{t}b$ est

$$i \frac{g}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) V_{tb}^*$$

avec $|V_{tb}| \simeq 1$.

Travail écrit (≈ 25 pages):

À REMETTRE AU PLUS TARD LE 24 AVRIL 2020

Le projet consiste à décrire un sujet de la physique des particules sous la forme d'un travail écrit d'environ 25 pages. Le niveau académique du sujet doit être équivalent ou supérieur à celui de la matière vue dans le cours. Le travail sera jugé en fonction du niveau de difficulté et du degré de synthèse du sujet abordé. Chaque projet doit contenir une introduction, une table des matières, une conclusion, une bibliographie (liens html si nécessaires), etc ...

Voici une liste de suggestions pour les projets. Cette liste est loin d'être exhaustive.

- Découverte (réalisée ou anticipée) des certaines particules réelles ou exotiques (e.g. quarks lourds, Z^0 et W^\pm , Higgs, etc...);
- Test de loi de conservation. Violation CP;
- Principe et théories de jauge;
- Largeur de désintégration du Z^0 (nombre de famille);
- Brisure de symétrie (mécanisme de Higgs);
- Brisure de symétrie (mécanisme de Goldstone);
- Modèle du sac de MIT;
- Modèle de Skyrme et Skyrmions;
- Théories de jauge sur réseau;
- Instantons et autres solitons;
- Anomalies;
- Fantômes de Fadeev-Popov et symétrie BRST;
- Modèles des partons;
- Unification des forces;
- Théories grandement unifiées. La désintégration du proton;
- Technicouleur;
- Supersymétrie;
- Supercordes;
- Théories Kaluza-Klein;
- ...