

**Physique des particules**  
PHY-7013  
Professeur : Luc Marleau  
Département de Physique, génie physique et optique, Université Laval  
SESSION: HIVER 2017  
Calendrier des travaux et projets

---

**Calendrier:**

	Date	Pondération/note finale
<b>Exercices-Série 1</b>	: 15 FÉVRIER 2017	20%
<b>Exercices-Série 2</b>	: 15 MARS 2017	20%
<b>Exercices-Série 3</b>	: 21 AVRIL 2017	20%
<b>Travail écrit (<math>\approx 40</math> pages)</b>	: 21 AVRIL 2017	40%

**Attention:**

- Les travaux doivent être remis sous forme papier.
- 5% des points seront réservés à la qualité de la présentation et à l'exactitude de la langue.

**Exercices–Série 1**

À REMETTRE AU PLUS TARD LE 15 FÉVRIER 2017

**1. Règles de Feynman ★★★**

Dérivez les règles de Feynman pour les vertex d'interaction qui découlent du lagrangien

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{\mu}{3!}\phi^3 + \frac{\lambda}{4!}\phi^4.$$

Posant  $\mu = 0$ , dessinez tous les diagrammes de Feynman qui contribuent jusqu'à l'ordre  $\lambda^3$  inclusivement pour:

- (a) la fonction à 2 points (self-énergie),
- (b) la fonction à 4 points (corrections à l'interaction  $\phi^4$ ).

**2. Espace de phase: Désintégration en 2 ou 3 particules**

Considérons la désintégration d'une particule au repos de spin nul et de masse  $M$  en 3 particules de spin nul et de masse  $m_i$  et impulsion  $\mathbf{p}_i$ , où  $i = 1, 2, 3$ . L'état final est déterminé par cinq variables indépendantes qu'on choisit être les énergies de deux des particules,  $E_1$  et  $E_2$ , deux angles qui fixent la direction de  $\mathbf{p}_1$  et un angle qui définit les rotations du système  $(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3)$  autour de  $\mathbf{p}_1$ . Calculer le volume de l'espace de phase de désintégration en ces 3 particules. Comparer le taux de désintégration en ces 3 particules au taux de désintégration en 2 particules dans la limite où les particules finales sont sans masse.

**3. Régularisation dimensionnelle ★★★**

La régularisation dimensionnelle (intégrale sur un nombre arbitraire de dimensions) est souvent utilisée pour rendre finies des intégrales qui autrement serait infinies. Sachant que

$$\int \frac{d^D q}{(q^2 + M^2)^A} = \pi^{D/2} \frac{\Gamma(A - D/2)}{\Gamma(A)} (M^2)^{D/2 - A}$$

utiliser le changement de variable  $q = q' + p$  et la différentiation par rapport à  $p_\mu$  pour obtenir

$$\int d^D q F(q, p), \quad \int d^D q F(q, p) q^\mu \quad \int d^D q F(q, p) q^\mu q^\nu$$

où

$$F(q, p) = \frac{1}{(q^2 + 2p \cdot q + m^2)^A}$$

(Ces trois intégrales sont souvent utilisées dans les calculs de corrections radiatives.)

**Exercices–Série 2**

À REMETTRE AU PLUS TARD LE 15 MARS 2017

**1. Processus  $qq \rightarrow qq$  ★★★**

Démontrer les relations suivantes pour la section efficace différentielle  $d\sigma/dt$  des processus impliquant quarks et gluons:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \frac{d\sigma}{dt}(ud \rightarrow ud) &= \frac{4\pi\alpha_s^2}{9s^2} \left[ \frac{s^2 + u^2}{t^2} \right] \\ \text{(b)} \quad \frac{d\sigma}{dt}(u\bar{u} \rightarrow d\bar{d}) &= \frac{4\pi\alpha_s^2}{9s^2} \left[ \frac{t^2 + u^2}{s^2} \right] \\ \text{(c)} \quad \frac{d\sigma}{dt}(u\bar{u} \rightarrow u\bar{u}) &= \frac{4\pi\alpha_s^2}{9s^2} \left[ \frac{s^2 + u^2}{t^2} + \frac{t^2 + u^2}{s^2} - \frac{2}{3} \frac{u^2}{st} \right] \\ \text{(d)} \quad \frac{d\sigma}{dt}(uu \rightarrow uu) &= \frac{4\pi\alpha_s^2}{9s^2} \left[ \frac{u^2 + s^2}{t^2} + \frac{t^2 + s^2}{u^2} - \frac{2}{3} \frac{s^2}{ut} \right] \end{aligned}$$

Ne considérer que le calcul à l'ordre dominant en  $\alpha_s$ . La règle de Feynman pour le vertex d'interactions fortes quark-quark-gluon (i.e.  $q_i q_j A_\mu^a$ ), est

$$-ig_s \gamma^\mu T_{\beta\alpha}^a \delta_{ij}$$

où  $i, j$  sont les types de quarks,  $\alpha, \beta = 1, 2, 3$  et  $a = 1, 2, \dots, 8$  sont les indices de couleur des quarks et du gluon respectivement,  $\alpha_s = g_s^2/4\pi$  est la constante de couplage,  $T_{\beta\alpha}^a$  est un générateur de  $SU(3)$  couleur et finalement  $\mu$  est un indice de Lorentz.

**2. Équations d'Altarelli-Parisi ★★★**

Démontrer que les fonctions de séparation sont données par (voir Section 10.10 pour plus de détails)

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad P_{qq}(z) &= \frac{4}{3} \left[ \frac{1+z^2}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right], \\ \text{(b)} \quad P_{gq}(z) &= \frac{4}{3} \left[ \frac{1+(1-z)^2}{z} \right] \\ \text{(c)} \quad P_{qg}(z) &= \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2] \\ \text{(d)} \quad P_{gg}(z) &= 6 \left[ \frac{(1-z)}{z} + \frac{z}{(1-z)_+} + z(1-z) + \left( \frac{11}{12} - \frac{n_f}{18} \right) \delta(1-z) \right] \end{aligned}$$

où  $n_f$  est le nombre de quarks légers par rapport à l'échelle  $Q$ . Voir aussi références G. Altarelli and G. Parisi. Nucl.Phys. B126:298 (1977), Yu.L. Dokshitzer. Sov.Phys. JETP 46:641 (1977), V.N. Gribov, L.N. Lipatov. Sov.J.Nucl.Phys. 15:438 (1972).

**Exercices–Série 3**

À REMETTRE AU PLUS TARD LE 21 AVRIL 2017

**1. Théorie de Fermi-Désintégration du  $\pi$  ★★★**

Selon la théorie de Fermi, on décrit les interactions faibles par une interaction courant-courant:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} j^\mu j_\mu,$$

où  $j^\mu$  peut être un courant hadronique ou leptonique prenant la forme générale

$$j^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi.$$

Utiliser cette description et calculer le rapport

$$\frac{\Gamma(\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)}$$

On peut négliger les masses des neutrinos.

Remarque: Ici, le courant hadronique pour le  $\pi^+$  (état lié quark-antiquark) s'écrit

$$\langle 0 | j^\mu | \pi(p) \rangle = i f_\pi p^\mu$$

où  $p$  est l'impulsion du  $\pi^+$  (spin 0) et  $f_\pi$  s'appelle la *constante de désintégration*. L'amplitude de probabilité devient alors

$$\mathcal{M} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \langle l^+ \nu_l | j_\mu | 0 \rangle \langle 0 | j^\mu | \pi(p) \rangle = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} i f_\pi p^\mu \bar{u}_{\nu_l} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_l.$$

**2. Désintégration  $Z^0 \rightarrow \bar{f} f$  ★★★**

Calculer les taux partiels de désintégration du  $Z^0 \rightarrow \bar{f} f$  (fermion-antifermion) pour chacun des canaux de désintégration (évaluer ces expressions avec  $\sin^2 \theta_W = 0.231$ ):

- (a) canal:  $Z^0 \rightarrow \nu \bar{\nu}$ ,
- (b) canal de paires de leptons chargés:  $Z^0 \rightarrow \ell^- \ell^+$ ,
- (c) canal de paires de quarks de type  $u$ :  $Z^0 \rightarrow u \bar{u}$  et  $Z^0 \rightarrow c \bar{c}$  (le quark top est trop lourd) et finalement
- (d) canal de paires de quarks de type  $d$ :  $Z^0 \rightarrow d \bar{d}$ ,  $Z^0 \rightarrow s \bar{s}$  et  $Z^0 \rightarrow b \bar{b}$ . Pour ce dernier cas, comparer le taux de  $Z^0 \rightarrow b \bar{b}$  avec  $m_b = 0$  GeV versus  $m_b = 4.5$  GeV.

**Indice:** Le couplage  $Z \bar{f} f$  est donné par

$$i \sqrt{g^2 + g'^2} \gamma_\mu (I_{3W} - Q_{em} \sin^2 \theta_W)$$

ce qui provient du Lagrangien d'interaction

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}} &= i \sqrt{g^2 + g'^2} \bar{f} \not{Z} (I_{3W} - Q_{em} \sin^2 \theta_W) f \\ &= i \sqrt{g^2 + g'^2} \bar{f} \not{Z} (a_L (1 - \gamma_5) + a_R (1 + \gamma_5)) f. \end{aligned}$$

avec  $a_L$  et  $a_R$  prenant les valeurs respectives

$$\begin{aligned} \nu \bar{\nu} : a_L &= \frac{1}{4}, & a_R &= 0, \\ \ell^- \ell^+ : a_L &= \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right), & a_R &= \frac{1}{2} (\sin^2 \theta_W), \\ u \bar{u}, c \bar{c} : a_L &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right), & a_R &= \frac{1}{2} \left( -\frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right), \\ d \bar{d}, s \bar{s}, b \bar{b} : a_L &= \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right), & a_R &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right). \end{aligned}$$

3. **Désintégration du quark top**  $t \rightarrow bW^+$

Calculer le taux de la désintégration  $t \rightarrow bW^+$ . Négliger  $m_b$  par rapport à  $m_t$  et  $M_W$  ( $m_b \ll m_t, M_W$ ). Donner une valeur numérique pour ce taux. Le couplage  $W\bar{t}b$  est

$$i \frac{g}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) V_{tb}^*$$

avec  $|V_{tb}| \simeq 1$ .

**Physique des particules**  
**PHY-7013**  
**Département de Physique, génie physique et optique, Université Laval**  
SESSION: HIVER 2017  
Calendrier des travaux et épreuves

---

**Travail écrit ( $\approx$  40 pages):**

À REMETTRE AU PLUS TARD LE 21 AVRIL 2017

Le projet consiste à décrire un sujet de la physique des particules sous la forme d'un travail écrit d'environ un quarantaine de pages. Le niveau académique du sujet doit être équivalent ou supérieur à celui de la matière vue dans le cours. Le travail sera jugé en fonction du niveau de difficulté et du degré de synthèse du sujet abordé. Chaque projet doit contenir une introduction, une table des matières, une conclusion, une bibliographie (liens html si nécessaires), etc ...

Voici une liste de suggestions pour les projets. Cette liste est loin d'être exhaustive.

- Découverte (réalisée ou anticipée) des certaines particules réelles ou exotiques (e.g. quarks lourds,  $Z^0$  et  $W^\pm$ , Higgs, etc...);
- Test de loi de conservation. Violation CP;
- Principe et théories de jauge;
- Largeur de désintégration du  $Z^0$  (nombre de famille);
- Brisure de symétrie (mécanisme de Higgs);
- Brisure de symétrie (mécanisme de Goldstone);
- Modèle du sac de MIT;
- Modèle de Skyrme et Skyrmions;
- Théories de jauge sur réseau;
- Instantons et autres solitons;
- Anomalies;
- Fantômes de Fadeev-Popov et symétrie BRST;
- Modèles des partons;
- Unification des forces;
- Théories grandement unifiées. La désintégration du proton;
- Technicouleur;
- Supersymétrie;
- Supercordes;
- Théories Kaluza-Klein;