

Coefficients de Clebsch-Gordan

La combinaison moment angulaire en mécanique quantique obéit aux règles suivantes: Posons deux états $|j_1, m_1\rangle$ et $|j_2, m_2\rangle$,

1. le moment angulaire total J peut prendre les valeurs $|j_1 + j_2|, |j_1 + j_2| - 1, \dots, |j_1 - j_2| + 1, |j_1 - j_2|$;
2. la troisième composante d'isospin est conservé additivement $M = m_1 + m_2$.

Plus précisément, l'état final est une combinaison linéaire de tous ces états

$$\begin{aligned} |j_1, m_1; j_2, m_2\rangle &= |j_1, m_1\rangle \otimes |j_2, m_2\rangle \\ &= \alpha ||j_1 + j_2|, M\rangle + \beta ||j_1 + j_2| - 1, M\rangle \\ &\quad + \dots + \gamma ||j_1 - j_2|, M\rangle \\ &= \sum_{J=|j_1-j_2|}^{|j_1+j_2|} C_{j_1 m_1; j_2 m_2}^{JM} |J, M\rangle \end{aligned}$$

où α, β et γ sont des coefficients de Clebsch-Gordan $C_{j_1 m_1; j_2 m_2}^{JM}$

$$C_{j_1 m_1; j_2 m_2}^{JM} = \langle J, M | j_1, m_1; j_2, m_2 \rangle$$

Notation:

	J	J	...
	M	M	...
m_1	m_2		
m_1	m_2	Coefficients	
.	.		
.	.		

1/2x1/2

		1			
	+1	1	0		
+1/2	+1/2	1	0	0	
	+1/2	-1/2	1/2	1/2	1
	-1/2	+1/2	1/2	-1/2	-1
			-1/2	-1/2	1

1x1/2

			3/2			
	+3/2		3/2	1/2		
+1	+1/2	1	+1/2	+1/2		
	+1	-1/2	1/3	2/3	3/2	1/2
	0	+1/2	2/3	-1/3	-1/2	-1/2
			0	-1/2	2/3	1/3
			-1	+1/2	1/3	-2/3
						3/2
						-1
						1

3/2x1/2

				2		
	+2		2	1		
+3/2	+1/2	1	+1	+1		
	+3/2	-1/2	1/4	3/4	2	1
	+1/2	+1/2	3/4	-1/4	0	0
			+1/2	-1/2	1/2	1/2
			-1/2	+1/2	1/2	-1/2
					-1/2	-1/2
					3/4	1/4
					-3/2	-1/2
					1	2

2x1/2

					5/2	
	+5/2		5/2	3/2		
+2	1/2	1	3/2	+3/2		
	+2	-1/2	1/5	4/5	5/2	3/2
	+1	+1/2	4/5	-1/5	+1/2	+1/2
			-1	-1/2	2/5	3/5
			0	+1/2	3/5	-2/5
					0	-1/2
					0	-1/2
					0	-1/2
					3/5	2/5
					-3/2	-3/2
					-1	-1/2
					-1	-1/2
					-1	-1/2
					4/5	1/5
					5/2	3/2
					-2	+1/2
					1/5	-4/5
					-5/2	-3/2
					-2	-1/2
					1	1

1x1

			2		
	+2		2	+1	
+1	+1	1	+1	+1	
	+1	0	1/2	1/2	2
	0	+1	1/2	-1/2	1
			0	0	0
			0	0	0
			+1	-1	1/6
			0	0	2/3
			-1	+1	1/6
					1/2
					1/3
					2
					-1
					-1
					0
					-1/2
					1/2
					2
					-2
					-1
					1

3/2x1

					5/2	
	+3/2	+1	1	+3/2	+3/2	
	+3/2	0	2/5	3/5	5/2	3/2
	+1/2	+1	3/5	-2/5	+1/2	+1/2
			+3/2	-1	1/10	2/5
			+1/2	0	3/5	1/5
			-1/2	+1	3/10	-8/15
					1/6	5/2
					-1/2	3/2
					-1/2	-1/2
					-1/2	-1/2
					3/10	8/15
					1/6	5/2
					-3/2	-3/2
					5/2	3/2
					-1/2	-1/2
					3/5	-1/5
					-1/3	-1/3
					1/10	-2/5
					1/2	1/2
					1/2	1/2
					5/2	3/2
					-3/2	-3/2

2x1

				3	
	+3		3	2	
+2	+1	1	+2	+2	
	+2	0	1/3	2/3	3
	+1	+1	2/3	-1/3	2
			+1	+1	+1
			+2	-1	1/15
			0	+1	1/3
					1/3
					3/5
					3
					2
					1
					0
					0
					0
					0
					1/5
					1/2
					3/10
					0
					3/5
					0
					-2/5
					3
					2
					1
					-1
					-1
					0
					-1
					0
					-1
					6/15
					1/2
					1/10
					8/15
					-1/6
					-3/10
					-2
					-2
					-1
					-1
					1/5
					-1/3
					3/5
					-2
					-2
					-1
					-1
					2/3
					1/3
					-3
					-2
					-1
					1

Coefficients de Clebsh-Gordan. Note: Un radical est sous-entendu dans les tables de coefficients, e.g. $-\frac{8}{15}$ doit se lire $-\sqrt{\frac{8}{15}}$. La convention de signe est celle utilisée par Wigner (Group Theory, Academic Press, New York, 1959).